**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**

**CENTRO TECNOLÓGICO**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**DISCIPLINA EMC 5412 - TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MECÂNICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL**

**TRABALHO 3**

**TRABALHO SOBRE FORMULAÇÃO EXPLÍCITA**

**Professor: António Fábio Carvalho da Silva**

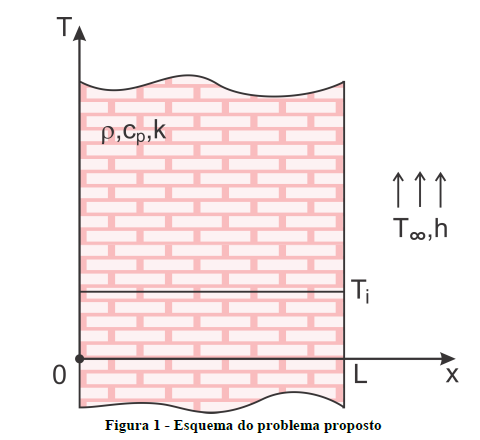
**Aluno: Gusttav Bauermann Lang**

**Matrícula: 13200534**

**Florianópolis, 13 de Abril de 2017**

1. Problema Proposto

Considere a parede esquematizada na Figura 1, de espessura L = 0,4m constituída de um material com k = 0,7W/m.°C , = 700J/kg.°C e =2000kg/m³. Inicialmente toda a parede está a uma temperatura uniforme igual a 20°C . No instante t = 0 sua superfície direita é então colocada em contato com um ambiente a 100°C através de um coeficiente de transferência de calor por convecção h. Durante todo o transiente a superfície esquerda é mantida termicamente isolada.



Obtenha a distribuição de temperatura na parede ao longo do transiente e compare seus resultados com a solução exata. Varie a malha e o intervalo de tempo. Adote um h tal que Bi = 0.8.

1. Desenvolvimento

A distribuição de temperatura em uma parede pode ser determinada através da resolução da equação do calor. Para uma situação em regime transiente, a equação do calor em uma parede plana pode ser descrita pela seguinte equação:

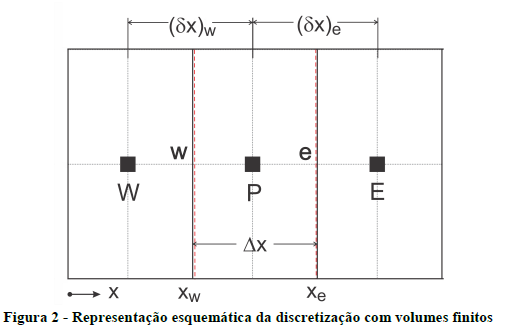
Para a resolução deste problema são adotadas as seguinte hipóteses:

* Condução unidimensional na direção ;
* Condutividade térmica do material da parede é constante;
* Não há geração interna de calor;

Aplicando estas hipóteses, a equação pode ser reescrita da seguinte forma:

Para auxiliar na resolução deste problema, será usado o método dos volumes finitos para obter uma aproximação para o perfil de temperaturas ao longo da parede em diferentes instantes de tempo.

A solução numérica determinada através do método dos volumes finitos é feita a partir da discretização da parede em volumes de controle. Uma representação esquemática desta discretização em volumes finitos pode ser observada na Figura 2.



Conforme visto em sala de aula, a equação discretizada pode ser resumida em:

onde,

A extremidade esquerda da parede esta termicamente isolada, ou seja, esta superfície está sob condição de parede adiabática, assim:

Enquanto para a equação discretizada, o primeiro volume não troca calor com o lado *west*, ou seja,

Já a extremidade direita da parede está exposta à convecção do ambiente externo, assim, para este volume de controle de fronteira, a equação do calor discretizada no espaço e no tempo pode ser escrita da seguinte maneira:

onde,

O coeficiente de transferência de calor por convecção é calculado a partir do número de Biot, através da seguinte equação:

Ao utilizar a formulação explícita para resolver este problema de natureza transiente, é preciso assegurar que o mesmo possua condições de estabilidade. Desta forma, é preciso que todos os coeficiente sejam sempre positivos para garantir a convergência.

Assim:

para o primeiro volume e os volumes internos. Já para a extremidade da parede, o critério é:

Isolando o tempo nos 2 critérios obtemos:

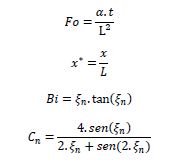
Critério 1 : Critério 2:

Comparando-se ambos os critérios, fica claro que o critério 2 é mais restritivo, portanto este foi o escolhido.

O problema de uma parede com uma extremidade termicamente isolada e a outra exposta à convecção possui uma solução analítica exata, que será utilizada para comparação com a solução numérica obtida através da formulação explícita. Incropera et al. (2003)1 apresenta a solução para uma parede plana com temperatura inicial uniforme sujeita a condições súbitas de convecção em ambas as suas extremidades, descrita pelas seguintes equações:

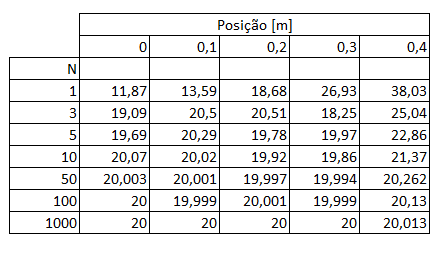


onde,



1. Resultados

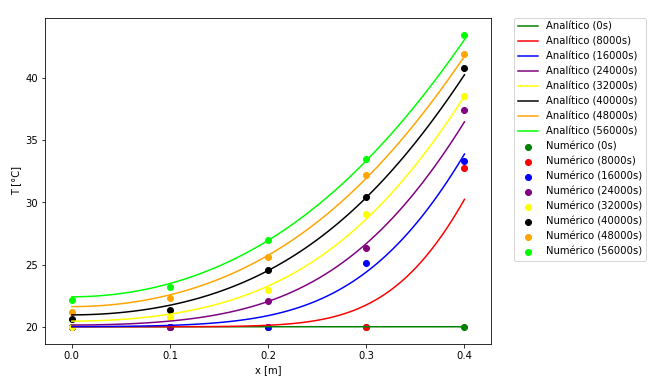
Primeiramente será analisada a solução analítica. Como a solução depende de um somatório até o infinito, é mostrado na tabela 1 os resultados para o t = 0 para diferentes N. Sabe-se que no tempo zero, a parede deve estar toda a 20°C.



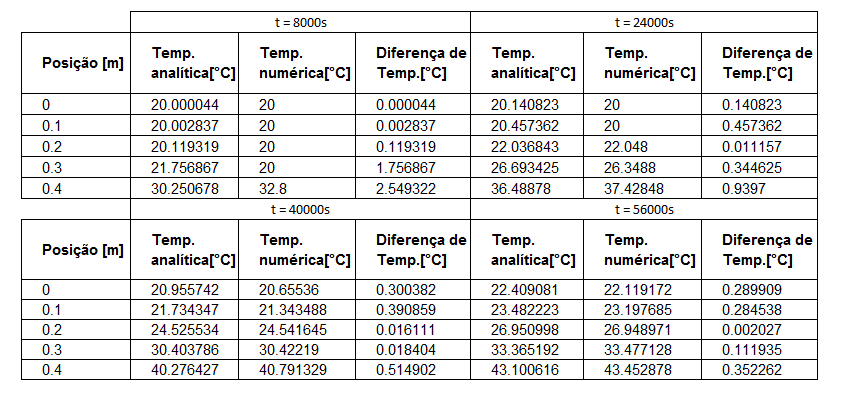
**Tabela 1** – Temperatura em 5 pontos utilizando diferentes N termos no somatório da solução analítica

Para comparação dos resultados numéricos serão utilizados 100 termos na solução analítica, devido a relativa precisão e custo computacional não muito elevado.

A primeira análise numérica foi feita para uma parede discretizada em 5 volumes de controle, com um . Os resultados podem ser visualizados na Figura 3 e na Tabela 2.



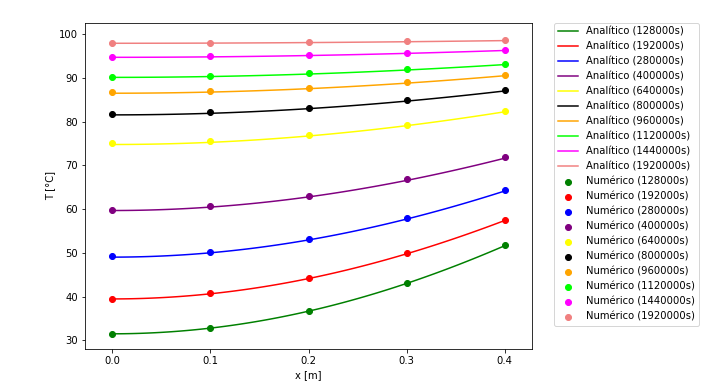
**Figura 3** – Resultados para 5 volumes nos primeiros intervalos de tempo



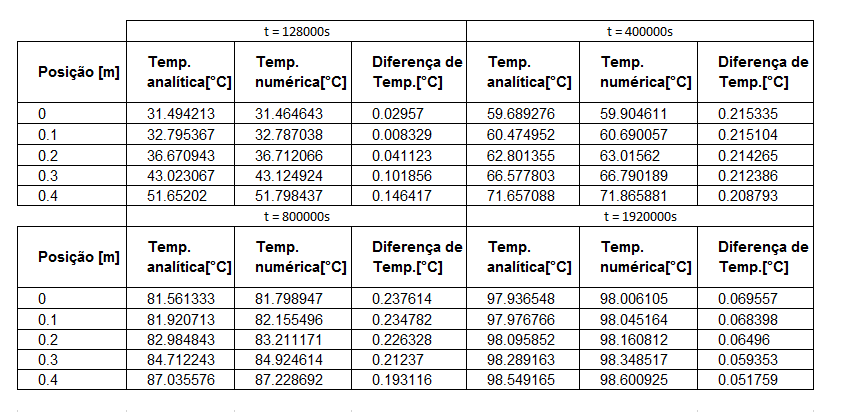
**Tabela 2 -** Temperaturas para 5 volumes nos primeiros intervalos de tempo

Para os primeiros intervalos de tempo, a temperatura numérica não é alterada em relação a inicial, como pode ser visto na Tabela 2 nos tempos de 8000s e 24000s. Por esse motivo o método explícito pode possuir uma maior imprecisão nos primeiros intervalos de tempo, pois a temperatura do volume depende das temperaturas dos volumes vizinho no tempo anterior, o que leva os primeiros volumes nos primeiros intervalos de tempo a não se alterarem. Mesmo assim, como pode ser observado, o método explícito apresenta bons resultados em relação a solução analítica, que como mostra da Tabela 1 pode conter erros da ordem de .

Para uma melhor avaliação do método, em tempos distantes dos iniciais, é mostrada a Figura 4 em conjunto com a Tabela 3.



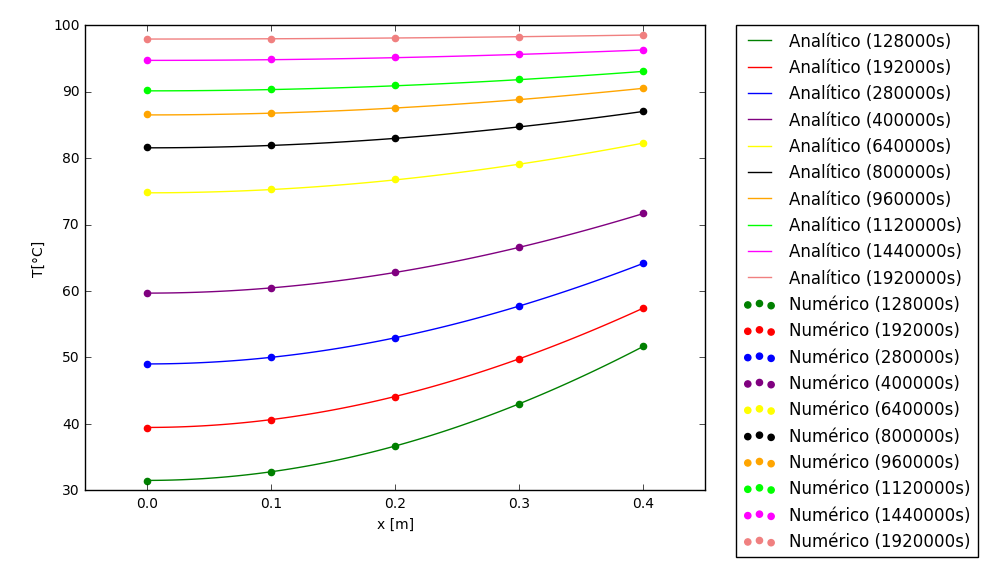
**Figura 4 -** Temperaturas para 5 volumes em diversos intervalos de tempo com



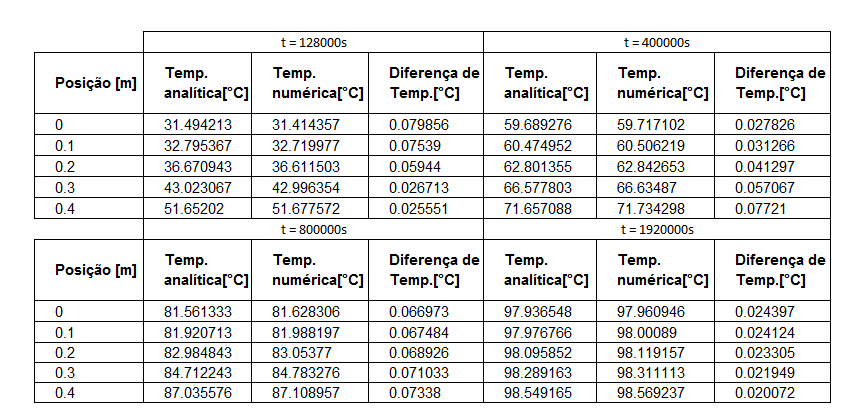
**Tabela 3 -** Temperaturas para 5 volumes em diversos intervalos de tempo

É possível observar na Figura 4 que mesmo com um malha pequena de 5 volumes, o método apresenta boa precisão em todo intervalo de tempo. Nos últimos intervalos de tempo, quando a temperatura da parede se aproxima da temperatura do ambiente, é preciso cada vez de um tempo maior para haver mudanças significativas na temperatura da parede, pois o fluxo de calor fica cada vez menor.

Para avaliar os efeitos somente da malha temporal, é mostrado na figura 5 em conjunto com a tabela 4, os resultados para 5 volumes e um .



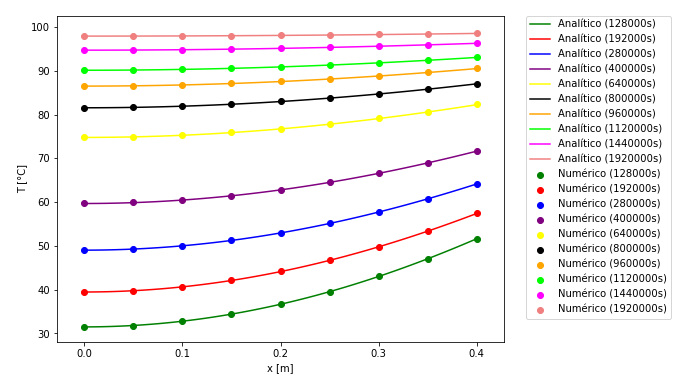
**Figura 5 –** Temperaturas para 9 volumes e um



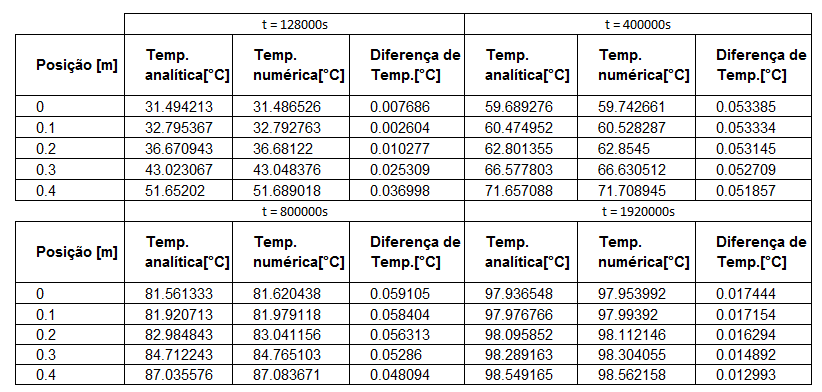
**Tabela 4 -** Temperaturas para 9 volumes e um

Comparando-se a tabela 4 com a tabela 3, é possível observar que o refino apenas da malha temporal já aumenta a precisão dos resultados.

Para uma melhor avaliação dos efeitos do tamanho da malha, é apresentado a Figura 5. Nessa análise, o número de elementos é igual a 9 e o .



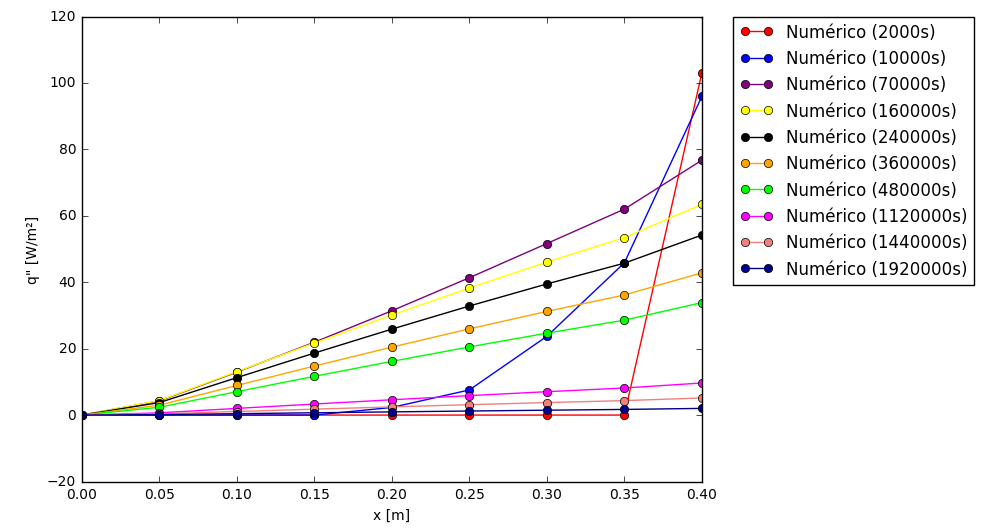
**Figura 6 -** Temperaturas para 9 volumes em diversos intervalos de tempo com



**Tabela 5 -** Temperaturas para 9 volumes em diversos intervalos de tempo

Para simplificar a Tabela 5, foi mostrado apenas as posições correspondentes a Tabela 3, para fins de comparação. Como é possível observar nestas duas tabelas, existe um aumento significativo na precisão dos resultados.

Por último, é analisado o fluxo de calor para a implementação numérica. Os resultados podem ser observados na Figura 7.



**Figura 7 –**Fluxo de calor para 9 volumes discretos com em diversos intervalos de tempo

Para os primeiros intervalos de tempo (linhas vermelha e azul), os primeiros volumes ainda não sentem a alteração da temperatura dos volumes vizinhos no tempo anterior. Por esse motivo o fluxo é igual a zero em alguns pontos. Depois desta condição inicial, o fluxo se estabiliza e vai diminuindo ao longo do tempo, pois a temperatura da parede se aproxima da temperatura do meio.

1. Conclusão

Com o desenvolvimento deste trabalho, foi possível compreender melhor a transferência de calor por condução em regime transiente. Esta situação representa os problemas reais, uma vez que ao impor uma nova condição a um objeto, como uma exposição súbita em um ambiente que se encontra em uma temperatura diferente, espera-se que o processo de transferência de calor leve algum tempo até que o objeto entre em equilíbrio térmico com o novo ambiente. Este processo é dependente das propriedades térmicas do material como a condutividade térmica e o calor específico do material, além das condições do ambiente como a própria temperatura do mesmo e se o objeto estiver exposto a convecção, o coeficiente de transferência de calor por convecção, que varia bastante.

Foi utilizado o método dos volumes finitos, considerando as propriedades térmicas do material constantes no tempo. Para avaliação do comportamento da parede no decorrer do tempo foi utilizado a formulação explícita, o que permite a obtenção de um perfil de temperaturas para dado instante de tempo em função do instante de tempo anterior através de um conjunto de equações ao invés de um sistema linear. Entretanto, este método exige um passo de tempo adequado em função das condições do ambiente externo, da difusividade e a condutividade térmica do material e da discretização da malha espacial da parede.

Pode-se observar que o método utilizado é prático, rápido e pode ser refinado de modo que a solução numérica esteja bem próxima da solução analítica exata. O aumento da discretização da parede em uma maior quantidade de volumes de controle possibilita a obtenção de resultados mais precisos, embora, isto implique na diminuição do passo de tempo, o que demanda uma maior quantidade de iterações na malha temporal para que se obtenha dados referentes ao perfil de temperaturas ou do perfil do fluxo de calor ao longo da parede após uma certa quantidade de tempo após o inicio da exposição ao ambiente externo. Pode-se observar o comportamento do fluxo de calor diminui ao longo da parede e ao longo do tempo, ao mesmo tempo que a temperatura ao longo da parede aumenta.